Domácí úkol ze cvičení 8:

1. Ukažte (užitím nutné podmínky konvergence řad), že divergují řady:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ ; \ \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n+3}\right)^2 \ ; \ \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n}{n+1}} \ .$$

2. Pokuste se sečíst řadu (nebo ukažte, že řada diverguje) :

$$\sum_{n=1}^{\infty} e^{-3n} \ ; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \ln(1+\frac{1}{n}) \ ;$$

$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2-1}$ (Rada: rozložte zlomek $\dfrac{1}{4n^2-1}$ na rozdíl dvou zlomků).

Konvergence řad s nezápornými členy:

3. Rozhodněte o konvergenci , resp. divergenci, řady (užijte vhodné kriterium) :

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2n^2+3} \ ; \ \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{n^2-1} \ ; \ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2n-1} \ ; \ \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-1}{n^2+1}\right)^2 \ ; \ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n \cdot \sqrt{n}} \ ;$

b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{4^n} \ ; \ \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{3n+1}\right)^n \ ; \ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!} \ ; \ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n (n+1)}{n!} \ ; \ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} \ .$

c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{n+1}\right)^n$ nebo $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n+2}\right)^n$.

A chcete-li :

4. Víte-li, že $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n}{n!} = e^a$ pro lib. $a \in R$ (konvergenci této řady jsme dokázali na cvičení), ukažte, že

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n (n+1)}{n!} = 3e^2 \quad \text{a} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!} = 2e \ .$$